**Kaya Han Taş**

**20183405003**

**UBT**

***Çift Yıldızlar – Çift Sistem Kütle ve Işık Merkezi Bulma Ödevi***

***Soru:*** *Yörünge Periyodu , Paralaksı , Birinci bileşenin/yıldızın bolometrik parlaklığı ve İkinci Bileşenin/Yıldızın bolometrik parlaklığı , açısal yarı-büyük eksen uzunluğu , yörünge yarı-büyük eksen uzunlukları oranı ve yörünge eğikliği olan bir çift sistemin*

1. *Bileşenlerinin Kütlelerini bulunuz. (****, )***
2. *Işık Merkezleri ile Kütlemerkezleri arasındaki uzaklık farkını bulunuz. (****,*** *)*

***Cevap:***

* Soruda verilenleri yeniden yazarak başlayabiliriz.
* **Şimdi ilk olarak bileşenlerin ayrı ayrı kütlelerini bularak çözümümüze başlıyoruz.**

**a) Bileşenlerin Kütlelerinin Ayrı Ayrı Bulunması**

* **Burada ilk olarak yapılacak bize verilen paralaks değerinden () çift sistemin uzaklığına geçmektir.**
* **Bunun için aşağıdaki denklem kullanılacaktır.**

***Uzaklığın Paralaks Cinsinden Değeri***

* değeri denklemde yerine yazarak sistemin uzaklığı bulunur.
* **Buradan da aşağıdaki denklem kullanarak Yarı-Büyük Eksen uzunlukları toplamı bulunur.**

***Paralaks ve Yarı-Büyük Eksen uzunluğu arasındaki ilişki***

* **Zaten ve**  **olarak soruda verildiğinden buradan direkt olarak Yarı-Büyük Eksen uzunlukları toplamı değeri bulunur.**
* **Hatırlanacağı üzere soruda yarı-büyük eksen uzunlukları oranı verilmişti.**
* **Buradan yola çıkarak aşağıdaki iki ifadeyi yazabiliriz.**
* **Yarı-Büyük Eksenler oranından direkt olarak aşağıdaki ilişki bulunabilir.**
* **Bu değeri ifadesinde yerine yazarak ’nin kaç Astronomik Birim olduğu bulunabilir.**
* **Buradan direkt olarak değeri de kolayca bulunabilir.**
* **Şimdi Kepler’in 3. Yasasını hatırlamamız gerekmektedir.**

***Kepler’in 3. Yasasının Matematiksel Gösterimi***

**ve : Bileşenlerin ayrı ayrı kütlelerinin toplamı**

**: Bileşenlerin arasındaki uzaklık/göreli yörüngenin yarı-büyük eksen uzunluğu**

**: Yörünge Dönemi**

***Kepler’in 3. Yasasının Matematiksel Gösterimi***

**ve : Bileşenlerin ayrı ayrı kütlelerinin toplamı**

**: Bileşenlerin arasındaki uzaklık/göreli yörüngenin yarı-büyük eksen uzunluğu**

**: Yörünge Dönemi**

* **Burada bulunan değeri biraz önce hesaplandı. ()**
* **Aynı zamanda olarak soruda verilmişti.**
* **Buradan yola çıkarak kütleler toplamını elde edebiliriz.**
* **Şimdi de aşağıdaki bağıntıyı hatırlamamız uygun olacaktır.**

***Bileşenlerin kütleleri ve kütlemerkezine uzaklıkları arasındaki bağıntı***

**: 1. Bileşenin Kütlesi**

**: 1. Bileşenin Kütlemerkezine olan uzaklığı**

**: 2. Bileşenin Kütlesi**

**: 2. Bileşenin Kütlemerkezine olan uzaklığı**

* **İşte yukarıdaki bağıntıdan yola çıkarak aşağıdaki ifadeleri yazabilmekteyiz.**
* **Bu ifadeleri kütleler için yazarsak aşağıdaki formüller elde edilir.**
* **Buradan bileşenlerin kütleleri ayrı ayrı bulunabilecektir!**
* **Formüllerde bulunan bütün değerleri bilmekteyiz.**
* **Buna göre aşağıdaki işlemlerle istenilen şekilde Bileşenlerin Ayrı Ayrı kütlelerine ulaşılır.**

**b) Bileşenlerin Işık Merkezlerinin Kütlemerkezinden farkının bulunması**

* **Bileşenlerin Kütlemerkezi etrafında dolandıklarını bilmekteyiz.**
* **Fakat aynı zamanda bileşenlerin ışıtmalarına bağlı olarak ışık merkezlerinden de söz edilebilir.**
* **Hangi yıldızın toplam ışığa katkısı daha büyükse ışık merkezi de ona daha yakın olacaktır. (Tıpkı Kütlemerkezi hesaplarında olduğu gibi)**
* **Işık Katkıları () ve Işık Merkezine Uzaklık () arasında aşağıdaki bağıntı bulunmaktadır.**

***Işık Katkıları ve Işık Merkezine Uzaklıklar arasındaki bağıntı***

* **Aynı zamanda aşağıdaki bağıntıyı da aynı yörünge için yazabiliriz.**

***Yarı-Büyük Eksen Uzunlukları ile Işık Merkezine Uzaklıklar arasındaki bağıntı***

***(İkisi de aslında elipsin büyük eksenine eşittir)***

* **Eğer Kütle oranları farklı, Işık oranları farklı değerlerde ise;**
  + **Bu durumda bileşenlerin kütlemerkezi ile ışık merkezi farklı olacaktır.**
* **Buradan yola çıkarak her bir bileşenin;**
  + **Kütlesine göre Kütlemerkezine uzaklığı bulunacaktır.**
  + **Işık Katkısına göre Işık Merkezine uzaklığı bulunacaktır.**
* **Kütlesine göre bir bileşenin Kütlemerkezine uzaklığı aşağıdaki formül ile bulunabilmektedir.**

***Birinci bileşenin kütlemerkezine uzaklığı ikinci bileşenin kütlesine bağlıdır***

***(Herhangi bir kütlenin toplam kütleye oranı ile gösterilir.)***

* **Fakat zaten Bileşenlerin kütlemerkezine olan uzaklıklarını sorunun a) kısmında elde etmiştik.**
* **Bileşenlerin kütlemerkezine olan uzaklıkları aşağıdaki gibidir.**
* **Şimdi de aynı mantık ile Işık Katkısı ve Işık Merkezine uzaklıklar arasında bir bağıntı kurmamız gerekmektedir.**
* **Bu bağıntı da aşağıdaki gibi olacaktır.**

***Birinci bileşenin Işık Merkezine uzaklığı ikinci bileşenin Işık Katkısına bağlıdır (Herhangi bir Işık Katkısının toplam Işık Katkısına oranı ile gösterilir.)***

***Birinci bileşenin Işık Merkezine uzaklığı ikinci bileşenin Işık Katkısına bağlıdır***

***(Herhangi bir Işık Katkısının toplam Işık Katkısına oranı ile gösterilir.)***

* **Buradan Işık Katkıları ifadesini biraz daha düzenlersek;**
* **Burada da Işık Katkısı yani Işıtma aslında aşağıdaki ifadeye eşittir.**

***Parlaklık ile Işık Katkısı arasındaki orantı***

***Parlaklık ile Işık Katkısı arasındaki orantı***

* **Buradan yola çıkarsak ifadesini düzenleyebiliriz.**
* **Fakat biz burada direkt olarak aşağıdaki ifadeyi de kullanabiliriz.**

***Parlaklık ile Işık Katkısı arasındaki orantı***

***Parlaklık ile Işık Katkısı arasındaki orantı***

* **Soruda verilen parlaklıklar ile direkt olarak Işık Katkılarına geçebiliriz.**
* **Buradan da aşağıdaki ifadeye bunu yazarak parametresini bulabiliriz.**
* **Şimdi bu işlemleri gerçekleştiriyoruz.**
* **Buradan ifadesi hesaplanabilir.**
* **Buna göre:**
* **Bileşenlerin yarı-büyük eksen uzunlukları ve ışık merkezine uzaklıklarını tekrar yazmamız uygun olacaktır.**
* **Buradan da soruda istenen ve farklarını elde edebiliriz.**

**Sorunun Çözümünü Yapan Python Kodu**

*import math*

*#Soruda verilenler*

*P=49.94 #Yıl*

*pi\_parallax=0.377 #Açı Saniyesi*

*Mbol1=-1.55 #kadir #1. Yıldızın Bolometrik Parlaklığı*

*Mbol2=5.69 #kadir #2. Yıldızın Bolometrik Parlaklığı*

*a\_arcsec=7.68 #Açı Saniyesi*

*a1\_and\_a2\_ratio=0.466 #Birinci ve İkinci Bileşenin Gerçek Yörüngelerinin a'ları oranı*

*i=0 #derece #Yörünge Eğikliği*

*#M1 ve M2 kütlelerinin bulunması için işlemler (a şıkkı)*

*#Parsek Cinsinden Sistemin Uzaklığı bulunur.*

*print(80\*"-")*

*d=1/pi\_parallax*

*print("Çift Sistemin uzaklığı:",d,"parsek")*

*#Astronomik Birim Cinsinden Yörüngelerin yarı-büyük eksen uzunlukları toplamı (a=a1+a2) bulunur.*

*a=a\_arcsec/pi\_parallax*

*print(80\*"-")*

*print("Yarı-Büyük Eksen Uzunlukları toplamı (a=a1+a2):",a,"AB")*

*#a1 ve a2 yani iki bileşenin gerçek yörüngelerinin a'ları ayrı ayrı bulunur.*

*#a1\_and\_a2\_ratio=0.466 olduğundan direkt olarak a1=0.466\*a2 olarak yazılabilir.*

*#Buradan a=a1+a2=0.466a2+a2=1.466a2 olur.*

*#Buna göre a2 bulunabilir ve buradan a1'e geçilebilir.*

*a2=a/1.466*

*a1=a2\*0.466*

*print(80\*"-")*

*print("1. Bileşenin Yörüngesinin Yarı-Büyük Eksen Uzunluğu:", a1, "AB")*

*print("2. Bileşenin Yörüngesinin Yarı-Büyük Eksen Uzunluğu:", a2, "AB")*

*#Kepler'in 3. Yasasından Kütleler Toplamı bulunur.*

*M1\_plus\_M2=((pow(a,3))/(pow(P,2)))*

*print(80\*"-")*

*print("Bileşenlerin Kütleleri Toplamı:", M1\_plus\_M2, "Güneş Kütlesi")*

*#Bileşenlerin kütleleri ayrı ayrı GÜNEŞ KÜTLESİ cinsinden bulunur.*

*#Bunun için M1\*a1=M2\*a2'den çıkartabildiğimiz aşağıdaki denklemler kullanılır.*

*M2=(a1\*M1\_plus\_M2)/a*

*M1=(a2\*M1\_plus\_M2)/a*

*Mass\_Sun=1.989e30 #kg*

*print(80\*"-")*

*print("1. Bileşenin Güneş Kütlesi cinsinden kütlesi:", M1, "Güneş Kütlesi")*

*print("1. Bileşenin Kilogram cinsinden kütlesi:", M1\*Mass\_Sun, "kg")*

*print(80\*"~")*

*print("2. Bileşenin Güneş Kütlesi cinsinden kütlesi:", M2, "Güneş Kütlesi")*

*print("2. Bileşenin Kilogram cinsinden kütlesi:", M2\*Mass\_Sun, "kg")*

*print(80\*"-")*

*I1=pow(10,(Mbol1/-2.5))*

*I2=pow(10,(Mbol2/-2.5))*

*print("1. Bileşenin Işık Katkısı:", I1)*

*print("2. Bileşenin Işık Katkısı:", I2)*

*print(80\*"-")*

*l1\_plus\_l2=a*

*beta=1/(1+(I1/I2))*

*print("Beta Değeri:", beta)*

*print(80\*"-")*

*l1=beta\*l1\_plus\_l2*

*l2=l1\_plus\_l2-l1*

*print("1. Bileşenin Işık Merkezine Uzaklığı:", l1, "AB")*

*print("2. Bileşenin Işık Merkezine Uzaklığı:", l2, "AB")*

*print(80\*"-")*

*print("1. Bileşenin Yarı-Büyük Eksen Uzunluğu ile Işık Merkezine Uzaklık arasındakı fark:", abs(a1-l1),"AB")*

*print("2. Bileşenin Yarı-Büyük Eksen Uzunluğu ile Işık Merkezine Uzaklık arasındakı fark:", abs(a2-l2),"AB")*

*print(80\*"-")*